

**UNIDAD DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS - GRADO 9°****TEMA: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2x2**

Durante el desarrollo de la unidad didáctica se busca generar nuevos aprendizajes sobre el tema de sistemas de ecuaciones lineales 2x2. Para la realización de esta actividad se cuenta con los conocimientos previos de los estudiantes, reforzando algunos de ellos, lo cuales son indispensables para el adecuado desarrollo de la misma. Además, en la unidad se presentan los conceptos en un lenguaje sencillo, con ejemplos y videos donde se explica la teoría planteada.

OBJETIVO GENERAL:

- Resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Solucionar ecuaciones de primer grado.
- Identificar y reconocer las características de una función.
- Interpretar problemas mediante el uso de funciones lineales.
- Modelar problemas mediante sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

REQUISITOS PREVIOS:

- Ubicar puntos en el plano de coordenadas.
- Reconocer la función lineal y afín.
- Graficar funciones lineales.
- Conocer las propiedades de los números reales.
- Conocer las reglas para despejar una variable en una ecuación.

CONTENIDOS DE APRENDIZAJE:

CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS	ACTITUDES
1. Sistemas de ecuaciones lineales 2x2.	<ul style="list-style-type: none">• Participa del trabajo individual y en familia de una manera comprometida y responsable.	<ul style="list-style-type: none">• Demuestra interés por aprender.
2. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales	<ul style="list-style-type: none">• Utiliza las herramientas tecnológicas como	<ul style="list-style-type: none">• Desarrolla y practica las actividades propuestas en la unidad didáctica.• Propone estrategias para la construcción y



<p>por los métodos:</p> <ul style="list-style-type: none">• Gráfico.• Sustitución.• Igualación.• Eliminación.• Determinantes. <p>3. Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones.</p>	<p>fuente de información, para complementar los conocimientos.</p> <ul style="list-style-type: none">• Resuelve situaciones problema aplicando los conceptos vistos.• Consigna los contenidos de la unidad didáctica de manera coherente y cohesiva.• Plantea estrategias para mejorar los procesos fundamentales.• Desarrolla las actividades propuestas en la unidad didáctica y supera sus insuficiencias cognitivas.• Leer cuidadosamente la unidad didáctica.	<p>apropiación del conocimiento.</p> <ul style="list-style-type: none">• Presenta sus trabajos en forma oportuna y responsable.• Asume una actitud de confianza frente a las propias capacidades para la comprensión de la unidad didáctica.
--	--	---

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS:

- Partir de los aprendizajes previos de los estudiantes.
- Posibilitar suficiente información para el aprendizaje significativo de los estudiantes.
- Presentar la respectiva conexión entre los aprendizajes previos y los conocimientos que se deberán adquirir.
- Proporcionar situaciones de aprendizaje que tengan sentido para los estudiantes, con el fin de que resulten motivadoras.
- Hacer uso de las TICS para retroalimentar, los conceptos de la unidad didáctica.
- Desarrollar el concepto por medio de videos y explicaciones paso a paso, luego, presentar ejercicios como actividad de apoyo y finalmente presentar unos talleres referentes a los contenidos presentados.

ACTIVIDADES:

SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES O DE PRIMER GRADO:

Recordemos que una ecuación lineal o de primer grado es aquella cuyo **exponente de la variable es 1.**

Ejemplos:

✓ $3x + 5 = 8$



- ✓ $6 - 5a + 2a = 8 - 4a$
- ✓ $1 + 6y = 4y - (3 - 2y)$
- ✓ $5m - 5(2m + 1) = -3(4m + 5)$

🌿 *Observa que las variables anteriores no tienen exponente, porque este es 1 y el uno no se escribe.*

Pasos para la solución de ecuaciones lineales:

1. Resuelvo las operaciones que sean posibles.
2. Ubico en un solo lado de la ecuación las variables y en el otro lado los números, recuerda que esto se realiza respecto al igual. Para esto, es necesario utilizar las propiedades de la igualdad, en las operaciones de suma y resta.
3. Sumo o resto los términos semejantes.
4. Despejo la variable, utilizando las propiedades de la igualdad en las operaciones de multiplicación y división.
5. Multiplico o divido según la operación.

Solucionemos algunas ecuaciones lineales:

- ✓ $3x + 5 = 8$ pasemos los números para un lado de la ecuación.
 - $3x + 5 - 5 = 8 - 5$ eliminemos del lado izquierdo los números que estén
 - sumando o restando.
 - $3x = 3$ desarrollemos las operaciones.
 - $\frac{3}{3}x = \frac{3}{3}$ eliminemos del lado izquierdo los números que estén
 - multiplicando o dividiendo, para despejar la variable.
 - $x = 1$ desarrollemos las operaciones.

- ✓ $6 - 5a + 2a = 8 - 4a$ resuelvo las operaciones posibles.
 - $6 - 3a = 8 - 4a$
 - $6 - 3a + 4a = 8 - 4a + 4a$ paso las variables para el lado izquierdo, usando las propiedades de la igualdad. (suma y resta)
 - $6 + a = 8$ resuelvo las operaciones.
 - $6 - 6 + a = 8 - 6$ paso los números para el lado derecho. (suma y resta)
 - $a = 2$ resuelvo las operaciones, como no hay números multiplicando, ni dividiendo, el resultado es 2.

- $1 + 6y = 4y - (3 - 2y)$

Ahora, desarrollemos la ecuación con los mismos pasos, pero simplifiquemos los procesos.

$1 + 6y = 4y - 3 + 2y$ resuelvo las operaciones posibles, en este caso destruyo paréntesis y sumo términos semejantes.

$$1 + 6y = 6y - 3$$



$-6y + 6y = -3 - 1$ paso para el lado izquierdo las variables y para el lado derecho los números, utilizo las propiedades de la igualdad, para simplificar el proceso, utilizo las operaciones inversas inicialmente de la suma y resta.

$0 = -4$ resuelvo las operaciones, como la variable y desapareció y llegamos a una contradicción, decimos que la ecuación no tiene solución.

- $5m - 5(2m + 1) = -3(4m + 5)$ aplicamos la propiedad distributiva.

$$5m - 10m - 5 = -12m - 15$$
..... sumamos los términos semejantes.

$$-5m - 5 = -12m - 15$$
..... pasamos al lado izquierdo las variables y al lado derecho los números.

$$12m - 5m = -15 + 5$$
..... sumamos los términos semejantes.

$$7m = -10$$
 el 7 que está multiplicando lo pasamos a dividir con el 10.

$$m = \frac{-10}{7}$$

Recuerda que los últimos procedimientos corresponden a una forma más sencilla de aplicar la propiedad de la igualdad.

Para una mejor comprensión de lo anterior observa los siguientes videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=9Ly9qasM8IM>

<https://www.youtube.com/watch?v=IHblqjW8RY8>

EJERCICIO 1: Resuelve las siguientes ecuaciones de acuerdo a lo anterior:

- $3x - 2 + 3 - 6x = 2 + 2x + 2$
- $24m - 30m + 6 - 12m = 81 - 9x - 54$
- $3y - 9 - 8 + 12x = 6 - 5x$

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Al solucionar una ecuación encontramos los números que hacen verdadera la igualdad. Las ecuaciones anteriores eran sencillas de solucionar porque en todas vimos que sólo había una variable. En el caso donde hay una o más variables con exponente uno, necesitamos de un conjunto de ecuaciones para poder dar solución al sistema de ecuaciones.



En la siguiente ecuación $3m + 4n = 18$ tenemos dos incógnitas m y n , cuyos valores corresponden a $m = 2$ y $n = 3$, porque al reemplazar $3(2) + 4(3) = 6 + 12 = 18$.

Existen ecuaciones que no son tan sencillas de solucionar como el caso de $16m + 3n = -2$, para esto necesitaremos de otra ecuación.

Para el caso de $2x + 4y - 3z = -2$ necesitamos tres ecuaciones, porque tenemos tres incógnitas x , y y z , es decir, que, según la cantidad de incógnitas en una ecuación, necesitaremos la misma cantidad de ecuaciones para poder encontrar la solución.

A ese conjunto de ecuaciones lo llamaremos **sistema de ecuaciones**, que para nuestro caso será 2×2 porque sólo estudiaremos las ecuaciones que tienen dos incógnitas de grado uno, es decir, las ecuaciones lineales.

Ej 1: El siguiente conjunto de ecuaciones corresponde a un sistema de ecuaciones 2×2 , porque está formado por dos ecuaciones y dos variables x y y .

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + 2y = 14 \end{cases}$$

La solución del sistema anterior es la pareja ordenada $(2, 4)$, porque satisface las dos ecuaciones, observa:

$$2(2) - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$3(2) + 2(4) = 6 + 8 = 14$$

Recuerda: en una pareja ordenada el primer número corresponde a x , el segundo número corresponde a y , para el caso anterior $x=2$ y $y=4$.

Solucionar un sistema de ecuaciones lineales consiste en hallar las soluciones que son comunes a todas las ecuaciones del sistema.

MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE SISTEMAS 2×2 :

Un sistema de ecuaciones lineales puede tener una solución, infinitas soluciones o ninguna solución.

Para dar solución a un sistema de ecuaciones podemos utilizar cualquiera de los siguientes métodos:

1. Método gráfico:



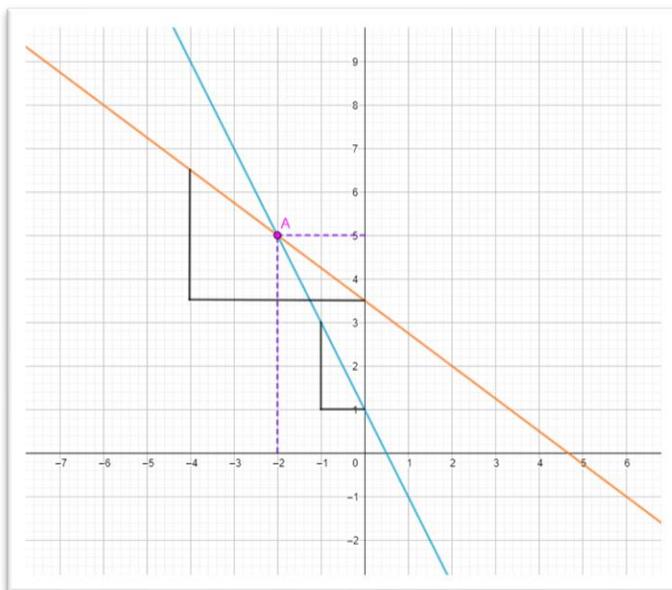
El método consiste en representar gráficamente las rectas en el plano cartesiano y el punto de corte entre las dos rectas es la solución del sistema.

Recordemos, un sistema de ecuaciones puede tener una solución, infinitas soluciones o no tener solución, estos son los casos:

Ej 2: Solucionemos el siguiente sistema de ecuaciones, **con única solución:**

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = 14 \end{cases}$$

- Grafiquemos la primera ecuación: $2x + y = 1$
 1. Despejamos y : $y = -2x + 1$
 2. Ubico el intersección con el eje y , 1
 3. Me muevo una unidad a la izquierda, porque la pendiente es negativa.
 4. Subo dos unidades, según me indica la pendiente.
 5. Grafico la recta azul.
- Grafiquemos la segunda ecuación: $3x + 4y = 14$
 1. Despejamos y : $y = \frac{-3}{4}x + \frac{14}{4}$
 2. Ubico el intersección con el eje y , $\frac{14}{4} = 3,5$
 3. Me muevo cuatro unidades a la izquierda $\frac{-3}{4}$, porque la pendiente es negativa.
 4. Subo 3 unidades según me indica la pendiente $\frac{-3}{4}$.
 5. Grafico la recta naranja.



Observa que las rectas se intersectan en el punto $A(-2, 5)$, $x = -2$ y $y = 5$ es la solución al sistema de ecuaciones, puesto que satisface ambas soluciones. Reemplacemos x y y en las ecuaciones iniciales, así:

$$2x + y = 1$$

$$2(-2) + 5 = -4 + 5 = 1$$

$$3x + 4y = 14$$

$$3(-2) + 4(5) = -6 + 20 = 14$$

Ej 3: Solucionemos el siguiente sistema de ecuaciones, **con infinitas soluciones:**

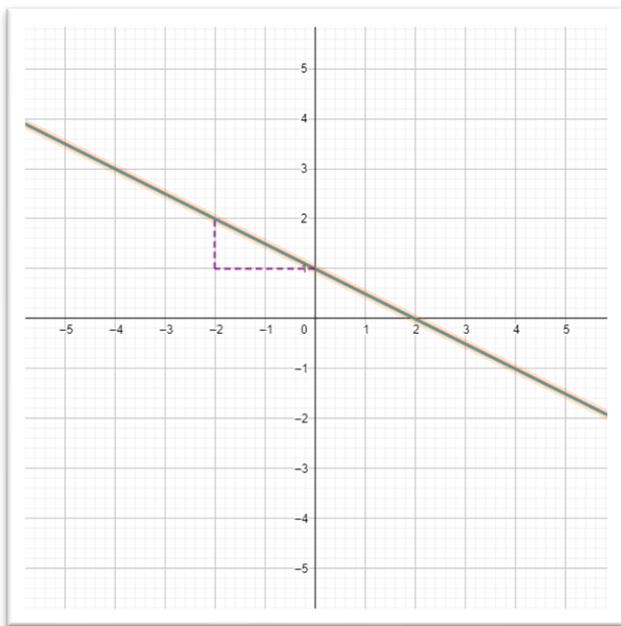
$$\left\{ \right.$$



$$x + 2y = 2$$

$$2x + 4y = 4$$

- Grafiquemos la primera ecuación: $x + 2y = 2$
 1. Despejamos y : $y = \frac{-x}{2} + \frac{2}{2} \Rightarrow y = \frac{-x}{2} + 1$
 2. Ubico el intersección con el eje y , 1
 3. Me muevo dos unidades a la izquierda $\frac{-x}{2}$, porque la pendiente es negativa.
 4. Subo una unidad, según me indica la pendiente $\frac{-1x}{2}$.
 5. Grafico la recta azul.
- Grafiquemos la segunda ecuación: $2x + 4y = 4$
 1. Despejamos y : $y = \frac{-2}{4}x + \frac{4}{4} \Rightarrow y = \frac{-x}{2}x + 1$
 2. Observa que, al simplificar, obtengo la primera ecuación, al graficar ambas pendientes quedará una sobre otra.



• Todos los puntos de la recta satisfacen el sistema de ecuaciones anteriores.

de ecuaciones, **el cual no tiene solución:**

$$-2x + 5y = 15$$

$$-4x + 10y = 20$$

Ej 4: Solucionemos el siguiente sistema

{

- Grafiquemos la primera ecuación: $-2x + 5y = 15$
 1. Despejamos y : $y = \frac{2x}{5} + \frac{15}{5} \Rightarrow y = \frac{2x}{5} + 3$
 2. Ubico el intersección con el eje y , 3
 3. Me muevo cinco unidades a la derecha $\frac{2x}{5}$, porque la pendiente es positiva.
 4. Subo dos unidades, según me indica la pendiente $\frac{2x}{5}$.



5. Grafico la recta azul.

- Grafiquemos la segunda ecuación: $-4x + 10y = 20$

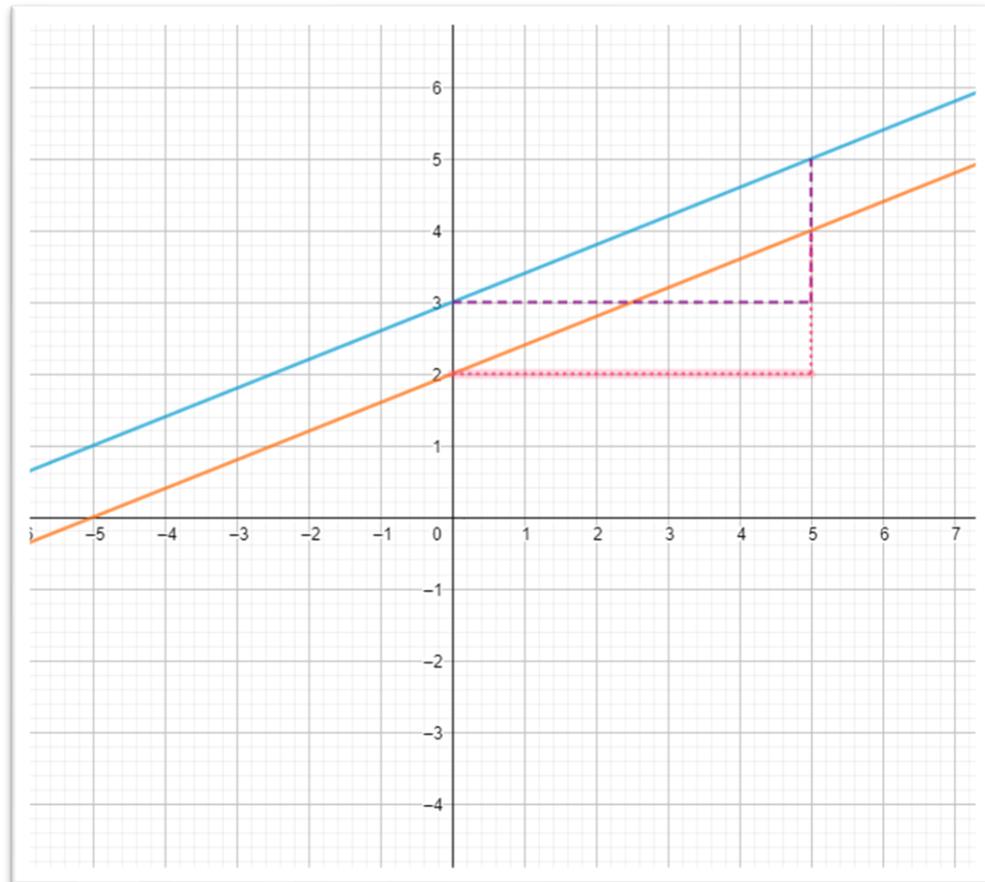
1. Despejamos y : $y = \frac{4}{10}x + \frac{20}{10} \Rightarrow y = \frac{2x}{5} + 2$

2. Ubico el intersección con el eje y , 2.

3. Me muevo cinco unidades a la derecha $\frac{2x}{5}$, porque la pendiente es positiva.

4. Subo dos unidades, según me indica la pendiente $\frac{2x}{5}$.

5. Grafico la recta naranja.



Como ambas rectas son paralelas y no coinciden en ningún punto, entonces, el sistema no tiene solución.



Conclusión: cuando las rectas se cortan en un punto decimos que el sistema tiene una única solución, cuando las rectas coinciden decimos que tiene infinitas soluciones y cuando las rectas son paralelas decimos que el sistema no tiene solución.

EJERCICIO 2: Resuelve en tu cuaderno, el punto 1 de la página 157, los literales a y c del libro Matemáticas. Vamos a aprender del grado 9°, el cual encontrarás en el siguiente



link en formato PDF. <https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-9-vamos-a-aprender.pdf>

EJERCICIO 3: Resuelve en tu cuaderno, el punto 2 de la página 157, el literal b del libro Matemáticas. Vamos a aprender del grado 9°, el cual encontrarás en el siguiente link en formato PDF. <https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-9-vamos-a-aprender.pdf>

En los siguientes links podrás profundizar los conceptos anteriores, ten presente que el método que utilizan ambos profesores es la de crear la tabla de valores, que fue lo que vimos en las primeras clases de función lineal. Ambas soluciones, la tabla de valores y pendiente, interseco con el eje y son válidas.

<https://www.youtube.com/watch?v=PD45s3U9WA0>

<https://www.youtube.com/watch?v=eMug3FSoOZk>

ACTIVIDAD 1:

Utiliza el software Geogebra, el cual encontrarás en el siguiente link <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>. Sigue las instrucciones que encontrarás en el libro Matemáticas. Vamos a aprender del grado 9° en la página 156.

<https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-9-vamos-a-aprender.pdf>

Toma nota de la solución del sistema y reemplaza en las ecuaciones para verificar la solución.

7 Resolución de sistemas por el método gráfico

Matemáticas

Pensamiento variacional

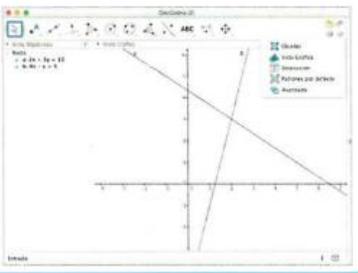
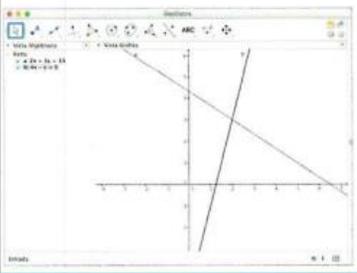
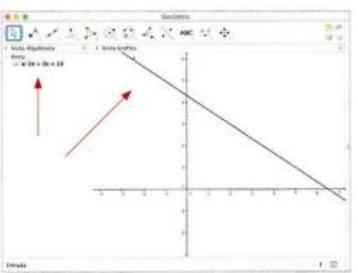
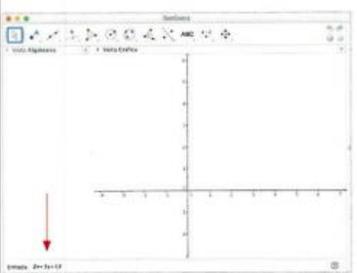
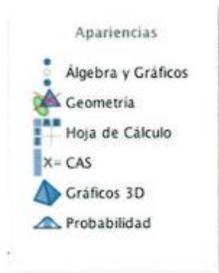
Grafica sistemas de ecuaciones con GeoGebra

A continuación se presenta el procedimiento para graficar el sistema de ecuaciones con este software.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$

- Primero, en el menú *Apariencias*, selecciona la opción *Álgebra y Gráficos*.
- Luego, en la parte inferior de la ventana encontrarás una barra llamada *Entrada*. En este lugar se digita la ecuación de la función que vas a graficar.
- Al presionar la tecla *Enter*, aparece la gráfica en el plano y la ecuación correspondiente en la ventana al margen izquierdo.
- Repite el procedimiento para la segunda ecuación.

Para determinar las coordenadas del punto de intersección, pon una cuadrícula a la ventana de las gráficas. Para ello, selecciona en la parte superior derecha el menú *Preferencias*. Allí, elige *Vista gráfica*, y luego activa la *Cuadrícula* dando clic en la opción *Mostrar cuadrícula*.



2. Método de sustitución:

Pasos para resolver un sistema de ecuaciones por el método de sustitución:

1. Se despeja una de las variables en cualquiera de las ecuaciones del sistema.
2. Se reemplaza la expresión obtenida en el paso anterior en la otra ecuación y se resuelve



Ej 5: Resolvamos el siguiente sistema, por el método de sustitución.

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \dots\dots\dots \text{ec. 1} \\ 3x - 2y = 7 \dots\dots\dots \text{ec. 2} \end{cases}$$

1. Se despeja una de las variables en cualquiera de las ecuaciones del sistema.

ec. 1: $2x - y = 5 \Rightarrow y = 2x - 5 \dots\dots \text{ec. 3}$

2. Se reemplaza y en la expresión obtenida en el paso anterior en la otra ecuación y se resuelve. $y = 2x - 5$

ec. 2: $3x - 2y = 7 \Rightarrow 3x - 2(2x - 5) = 7$
 $3x - 4x + 10 = 7$
 $-x + 10 = 7$
 $-x = 7 - 10$
 $-x = -3$
 $x = 3$

3. Se encuentra el valor de la otra variable reemplazando, en cualquiera de las ecuaciones del sistema, el valor de la variable que se halló en el segundo paso. $x = 3$

ec. 3: $y = 2x - 5 \Rightarrow y = 2(3) - 5$
 $y = 6 - 5$
 $y = 1$

4. Se verifican las soluciones. $x = 3$ y $y = 1$

$2x - y = 5 \Rightarrow 2(3) - 1 = 5$
 $6 - 1 = 5$
 $5 = 5 \dots\dots\dots$ se cumple para la primera ecuación.





$$3x - 2y = 7 \quad 3(3) - 2(1) = 7$$
$$9 - 2 = 7$$
$$7 = 7 \dots\dots\dots \text{se cumple para la segunda ecuación.}$$

 **Observa que el sistema tiene una única solución que es (3, 1)**

En los siguientes links podrás profundizar los conceptos anteriores,

<https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ>
<https://www.youtube.com/watch?v=gS8IRvCDXGg>

EJERCICIO 4: Encuentra las resistencias R_1 y R_2 de un circuito que cumple lo siguiente:

$$\begin{cases} R_1 = 2R_2 \dots\dots\dots \text{ec. 1} \\ R_1 + R_2 = 300 \dots\dots\dots \text{ec. 2} \end{cases}$$

Nota: Ten presente que R_1 y R_2 son variables como x y y . R_1 y R_2 son las resistencias de un circuito, consulta qué es una resistencia para este contexto e inclúyelo en la solución del ejercicio en el cuaderno.

ACTIVIDAD 2: Los siguientes pares de automóviles trazan una trayectoria recta, la cual está

descrita en la ecuación lineal. Determina si estos automóviles pasan por un mismo punto, por el mismo camino o no pasan por ningún punto en común. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando el método de sustitución.

a.

$$2x + 3y = 5$$



$$3x + 5y = 12$$



b.

$$x + 4y = 16$$



$$3x + 12y = 48$$



c.

$$\frac{5}{3}x + y = 2$$



$$\frac{4}{7}x + \frac{2}{4}y = 1$$



Ten presente que, al solucionar los sistemas de ecuaciones, puedes encontrarte con tres tipos de solución:



1. Que encuentres el valor de x y y . Corresponde a una única solución.
2. Que llegues a una igualdad $5=5$ o $8=8$ etc. Corresponde a infinitas soluciones.
3. Que llegues a una contradicción $6=0$ o $9=7$ o $5=4$, etc. Corresponde a que el sistema no tiene solución.

3. Método de igualación:



Pasos para resolver un sistema de ecuaciones por el método de igualación:

1. Se despeja la misma variable en ambas ecuaciones del sistema.
2. Se igualan las expresiones obtenidas en el primer paso y se resuelve.
3. Se encuentra el valor de la otra variable reemplazando en cualquiera de las ecuaciones despejadas, el valor de la variable encontrada en el paso 2.
4. Se verifican las soluciones.

Ej6: Resolvamos el siguiente sistema, por el método de igualación.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 18 \dots\dots\dots \text{ec. 1} \\ 5x - 6y = 3 \dots\dots\dots \text{ec. 2} \end{cases}$$

1. Se despeja la misma variable en ambas ecuaciones del sistema.

Despejemos y en la ec. 1 y en la ec.2

$$4x + 3y = 18 \Rightarrow 3y = 18 - 4x$$

$$y = \frac{18}{3} - \frac{4x}{3}$$

$$y = 6 - \frac{4x}{3}$$

$$y = -\frac{4x}{3} + 6$$

$$5x - 6y = 3 \Rightarrow -6y = 3 - 5x$$

$$y = -\frac{3}{6} + \frac{5x}{6} \dots\dots\dots \text{como el 6 es negativo pasa a dividir con el}$$

signo menos, por lo tanto, cambian todos los signos, tanto del 3 como del 5.

$$y = -\frac{1}{2} + \frac{5x}{6}$$

$$y = \frac{5x}{6} - \frac{1}{2}$$

Recuerda que en el denominador no se pone signo.

2. Se igualan las expresiones obtenidas en el primer paso y se resuelve.

$$y = y$$

$$-\frac{4x}{3} + 6 = \frac{5x}{6} - \frac{1}{2} \dots\dots\dots \text{pasamos las variables para un lado y los números para el}$$

otro.

$$-\frac{4x}{3} - \frac{5x}{6} = -\frac{1}{2} - 6 \dots\dots\dots \text{es buen momento de repasar la suma de fracciones, m.c.m...}$$



$-\frac{4x.2}{3.2} - \frac{5x.1}{6.1} = -\frac{1.1}{2.1} - \frac{6.2}{1.2}$ después de hallar el m.c.m, multiplico los numeradores y denominadores por el mismo número.

$$-\frac{8x}{6} - \frac{5x}{6} = -\frac{1}{2} - \frac{12}{2}$$

$-\frac{13x}{6} = -\frac{13}{2}$ despejo x, el 6 que está dividiendo pasa a multiplicar, y 13 que está multiplicando a x pasa a dividir.

$x = -\frac{13}{2} * \left(-\frac{6}{13}\right)$ se cancela el 13, divido el 6 y el 2 y multiplico los signos menos.

$$x = 3$$

3. Se encuentra el valor de la otra variable reemplazando en cualquiera de las ecuaciones despejadas, el valor de la variable encontrada en el paso 2.

$$y = -\frac{4x}{3} + 6 \Rightarrow x = 3$$

$$y = -\frac{4(\cancel{3})}{\cancel{3}} + 6 \Rightarrow y = -\frac{4(\cancel{3})}{\cancel{3}} + 6 \Rightarrow y = -4 + 6 \Rightarrow y = 2$$

4. Se verifican las soluciones.

Las soluciones para x y y son $x = 3$, $y = 2$

$$4x + 3y = 18 \Rightarrow 4(3) + 3(2) = 12 + 6 = 18 \text{ es correcto.}$$

$$5x - 6y = 3 \Rightarrow 5(3) - 6(2) = 15 - 12 = 3 \text{ es correcto.}$$

Vemos que las soluciones se verifican para ambas ecuaciones.

En los siguientes links podrás profundizar los conceptos anteriores,

<https://www.youtube.com/watch?v=auC2z7nEMSU>

<https://www.youtube.com/watch?v=0rfGZsRVTz4>



4. Método de eliminación:

Pasos para resolver un sistema de ecuaciones por el método de eliminación:

1. Elegimos una de las dos variables de ambas ecuaciones y multiplicamos ambas ecuaciones de tal forma que el coeficiente de la variable elegida sea el mismo, pero con signo contrario.
2. Se suman las ecuaciones y se resuelve la ecuación resultante.
3. Se encuentra el valor de la otra variable reemplazando en algunas de las ecuaciones iniciales.
4. Se verifican las soluciones.

Ej 7: Resolvamos el siguiente sistema de ecuaciones por el método de eliminación:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \dots\dots\dots \text{ec. 1} \\ x - 5y = 6 \dots\dots\dots \text{ec. 2} \end{cases}$$

1. Elegimos una de las dos variables de ambas ecuaciones y multiplicamos ambas ecuaciones de tal forma que el coeficiente de la variable elegida sea el mismo, pero con signo contrario.

Elijamos la variable y , y convirtamos los coeficientes 2 y -5 en el mismo número multiplicando la ec. 1 por 5 , para que nos dé 10 y la ec. 2 por 2 para que nos dé también 10 . Como ambos números tienen signos contrarios no es necesario preocuparnos por el signo.

$$3x + 2y = 1 \dots\dots\dots \text{ec. 1} \Rightarrow 5(3x + 2y = 1) \quad \text{aplicamos prop. distributiva.}$$

$$15x + 10y = 5$$

$$x - 5y = 6 \dots\dots\dots \text{ec. 2} \Rightarrow 2(x - 5y = 6)$$

$$2x - 10y = 12$$

2. Se suman las ecuaciones y se resuelve la ecuación resultante.

$$\begin{array}{r} 15x + 10y = 5 \\ 2x - 10y = 12 \\ \hline \end{array}$$

$$17x + 0 = 17 \Rightarrow 17x = 17 \Rightarrow x = \frac{17}{17} \Rightarrow x = 1$$



3. Se encuentra el valor de la otra variable reemplazando en algunas de las ecuaciones iniciales.

$$x - 5y = 6 \dots\dots\dots \text{ec. 2} \Rightarrow x = 1$$

$$1 - 5y = 6 \Rightarrow -5y = 6 - 1 \Rightarrow -5y = 5 \Rightarrow y = -\frac{5}{5} \Rightarrow y = -1$$

4. Se verifican las soluciones.

$$x = 1 \quad y = -1$$

$$3x + 2y = 1 \dots\dots\dots \text{ec. 1} \Rightarrow 3(1) + 2(-1) = 3 - 2 = 1 \dots\dots\dots \text{es correcto.}$$

$$x - 5y = 6 \dots\dots\dots \text{ec. 2} \Rightarrow 1 - 5(-1) = 1 + 5 = 6 \dots\dots\dots \text{es correcto.}$$

En los siguientes links podrás profundizar los conceptos anteriores,

<https://www.youtube.com/watch?v=v6iKv3QXqNs>

<https://www.youtube.com/watch?v=YitcYubW-RA>

EJERCICIO 7: Resuelve el punto 2 de la página 161 del libro Matemáticas. Vamos a aprender del grado 9°, el cual encontrarás en el siguiente link:

<https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-9-vamos-a-aprender.pdf>

ACTIVIDAD 4:



Resuelve la siguiente actividad, la cual encontrarás en la web, Colombia Aprende en el siguiente link como pdf, en la página 12 y 13. Allí podrás complementar tus conocimientos.

https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U03_L06.pdf

Método de eliminación

¿Cuál es el fin en este método según su nombre?

¿Cómo deben ser los coeficientes de una variable, en ambas ecuaciones, para que se pueda eliminar esta?

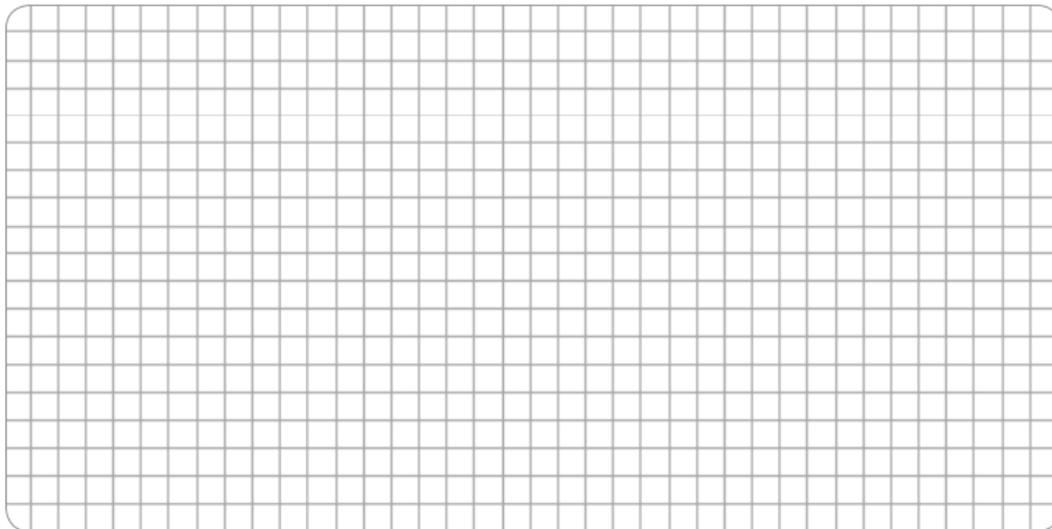
¿Qué se debe hacer para que los coeficientes de una variable tengan el mismo valor con diferente signo en las dos ecuaciones?

Si multiplico la variable **X** de la ecuación **1**, por el valor del coeficiente de **X** de la ecuación **2**, y viceversa, ¿qué se debe hacer con los demás términos de cada una de las ecuaciones para que se mantenga la igualdad?

De acuerdo a lo anterior, resuelve el sistema de ecuaciones:

$$K+M= 42 \text{ ecuación 1}$$

$$4K+2M= 144 \text{ ecuación 2}$$



5. Método de Cramer o Determinantes:

Un **determinante** es: un número asociado a un arreglo de números reales con igual cantidad de filas y columnas:

La notación $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ es un determinante 2x2, porque tiene 2 filas y dos columnas.

ELEMENTOS DE UN DETERMINANTE:



Para hallar el valor del determinante, multiplicamos los valores de la diagonal principal y la restamos con la multiplicación de los valores de la diagonal secundaria.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

La siguiente información la encontrarás en el link, en las páginas 14 a la 19.

https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U03_L06.pdf

Método de determinantes

Antes de resolver un sistema de ecuaciones por este método conozcamos que es un determinante, así:

Un determinante es un número asociado a un arreglo de números reales con igual cantidad de filas y columnas, ejemplo:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}$$

Elementos de un determinante son:

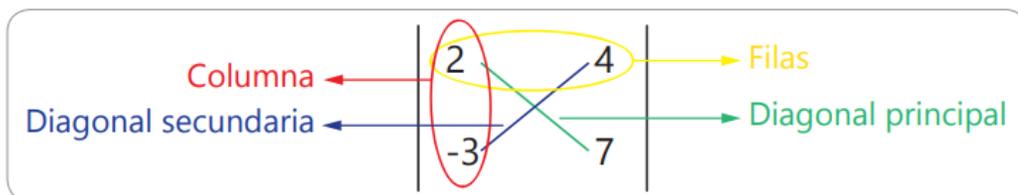


Figura 4. Esquema de un determinante



Ahora para hallar el valor de un determinante debemos:

Restar al producto de los valores de la diagonal principal, el producto de la diagonal secundaria

Para el ejemplo que tenemos será: $(2 \cdot 7) - (-3 \cdot 4) = 14 - (-12) = 14 + 12 = 26$

26 es el valor del determinante anterior.

Puedes observar un ejemplo donde se calculan los determinantes, paso a paso, en el siguiente enlace, en el cual se desarrollan dos ejercicios con determinantes, uno con todos los signos positivos y otros con signos positivos y negativos

Determinantes de 2 x 2

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \cdot 6 - 4 \cdot 5$$

$$= 18 - 20$$

$$= -2$$

(Básico)

$$\begin{vmatrix} -2 & -7 \\ 8 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (-2)(3) - (8)(-7)$$

$$= -6 + 56$$

$$= 50$$

Ahora por medio de los determinantes se pueden solucionar sistemas ecuaciones 2 por 2, aplicando el método o regla de Cramer. Para conocerlo observa el siguiente video, en el cual se soluciona un problema que se puede representar con un sistema de ecuaciones y resolver usando la regla de Cramer.

Vamos a resolver el siguiente ejercicio con el método o regla de Cramer:

Si el mayor de dos números se divide por el menor, el cociente es 2 y residuo es 4, y si 5 veces el menor se divide por el mayor, el cociente es 2 y el residuo es 17
 ¿Cuáles son los números?

Primero definimos las variables y planteamos el sistema de ecuaciones, así:

Sea **X** el primer número y **Y** el segundo número, las ecuaciones son:

$$\begin{aligned} X - 2Y &= 4 \\ -2X + 5Y &= 17 \end{aligned}$$

Para aplicar el método de Cramer realizamos el siguiente procedimiento:

$$\begin{cases} 1X - 2Y = 4 \\ -2X + 5Y = 17 \end{cases}$$

El valor de **X** es igual a:

$$\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 17 & 5 \end{vmatrix}$$

Determinante de X

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}$$

Determinante general

$$X = \frac{20 - (-34)}{5 - 4} = \frac{20 + 34}{5 - 4} = \frac{54}{1} \implies X = 54$$

... y el valor de **Y** es igual a:

$$\begin{cases} 1X - 2Y = 4 \\ -2X + 5Y = 17 \end{cases}$$

Determinante de Y

1	-4
-2	17
1	-2
-2	5

$$Y = \frac{17 - (-8)}{1} = \frac{17 + 8}{1} = \frac{25}{1} \Rightarrow Y = 25$$

Observa que en el denominador se colocó 1, esto se debe a que los números del determinante general no cambiaron, y como ya se había calculado para hallar el valor de **X**, simplemente se colocó el mismo valor.

Figura 6. Tablero 2

Observa que en el denominador se colocó 1, esto se debe a que los números del determinante general no cambiaron, y como ya se había calculado para hallar el valor de **X**, simplemente se colocó el mismo valor.

De acuerdo a lo anterior podemos definir que los pasos para solucionar un sistema de ecuaciones de 2 x 2, por el método de determinantes, son:

Método de determinantes

- Se forma el determinante del sistema de ecuaciones. Escribiendo los coeficientes de las incógnitas y este se escribe en el denominador.
- Para hallar el valor de **x** se forma el determinante en el numerador de la siguiente manera: se escribe en la primera columna los términos independientes y en la segunda columna los coeficientes de **y**.

- Tanto en el determinante del numerador como en el del denominador se realiza el producto de los números de la diagonal principal menos el producto de los números de la diagonal secundaria.
- El cociente entre estos dos es el valor de **x**. Para hallar el valor de **y** se forma el determinante en el numerador de la siguiente manera: se escribe en la primera columna los coeficientes de **x**, y en la segunda columna los términos independientes.
- Tanto en el determinante del numerador como en el del denominador se realiza el producto de los números de la diagonal principal menos el producto de los números de la diagonal secundaria.
- El cociente entre estos dos es el valor de **y**.

En los siguientes links podrás profundizar los conceptos anteriores,

<https://www.youtube.com/watch?v=yVRpljObDU>

<https://www.youtube.com/watch?v=axwHR1EphOg>



Recursos didácticos: ¿Qué usar?

1. Videos.

<https://www.youtube.com/watch?v=9Ly9qasM8IM>
<https://www.youtube.com/watch?v=IHblqjW8RY8>
<https://www.youtube.com/watch?v=PD45s3U9WA0>
<https://www.youtube.com/watch?v=eMug3FSoOZk>
<https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ>
<https://www.youtube.com/watch?v=gS8IRvCDXGg>
<https://www.youtube.com/watch?v=auC2z7nEMSU>
<https://www.youtube.com/watch?v=OrfGZsRVTz4>
<https://www.youtube.com/watch?v=v6iKv3QXqNs>
<https://www.youtube.com/watch?v=YitcYubW-RA>
<https://www.youtube.com/watch?v=yVRplipObDU>
<https://www.youtube.com/watch?v=axwHR1EphOg>
<https://www.youtube.com/watch?v=1N18S7rqOAo>
<https://www.youtube.com/watch?v=SCGPlyAoDg0>

2. Libros en pdf.

<https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-9-vamos-a-aprender.pdf>
https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U03_L07.pdf

3. Software Geogebra.

<https://www.geogebra.org/classic?lang=es>

TEMPORALIZACIÓN:

1º semana:

- Solución de ecuaciones lineales o de primer grado
- Sistemas de ecuaciones.
- Ejercicios.

2º semana:

- Método gráfico.
- Ejercicios.
- Actividad 1.

3º semana:

- Método de sustitución.
- Ejercicios.
- Actividad 2.



4º semana:

- Método de igualación:
- Ejercicios.
- Actividad 3.

5º semana:

- Método de eliminación.
- Ejercicios.
- Actividad 4.

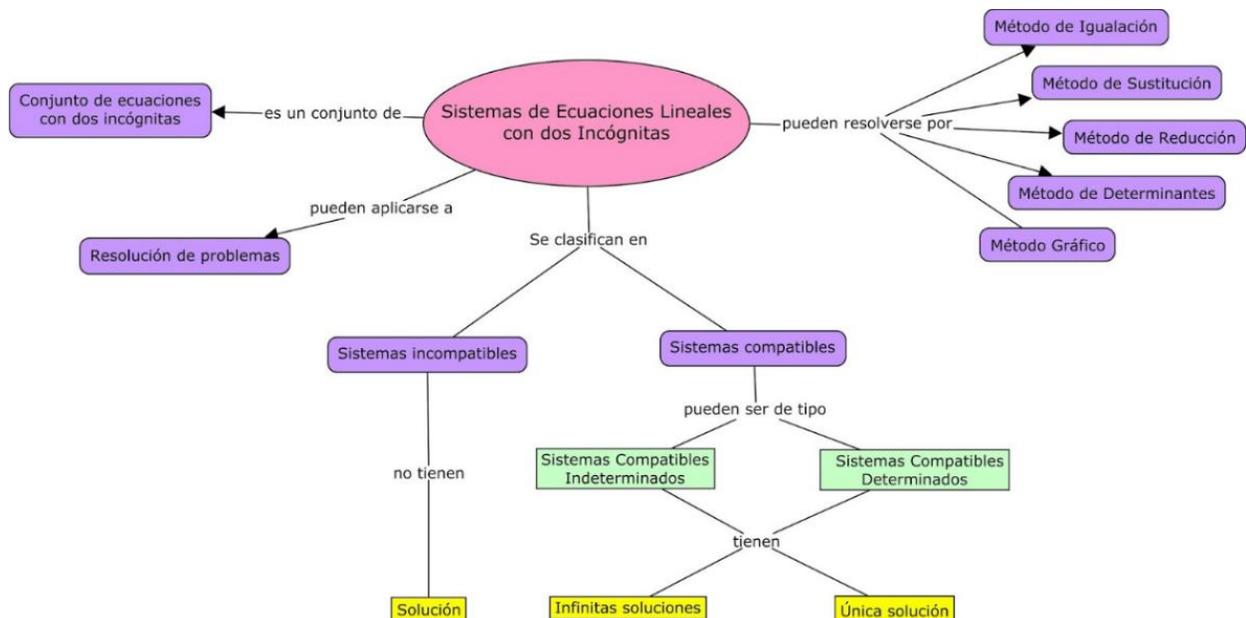
6º semana:

- Método de Cramer o Determinantes.
- Ejercicios.
- Actividad 5.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

- Calcular las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales 2×2 .
- Resolver algebraica y gráficamente sistemas de ecuaciones lineales y clasificarlos según su número de soluciones.
- Resolver problemas mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

MAPA CONCEPTUAL:





SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPIO DE MEDELLIN

INSTITUCIÓN EDUCATIVA YERMO Y PARRES

Resolución 16322 del 27 de noviembre de 2002 Nit 811018723-8

